Questões de Matemática – Aula 4

Emerson Marcos Furtado[1]

[1] Mestre em Métodos Numéricos pela Universidade Federal do Paraná (UFPR). Licenciado em Matemática pela UFPR. Professor do Ensino Médio de colégios nos estados do Paraná e Santa Catarina desde 1992; professor do Curso Positivo de Curitiba desde 1996; professor da Universidade Positivo, de 2000 a 2005; autor de livros didáticos, destinados a concursos públicos, nas áreas de Matemática, Matemática Financeira, Raciocínio Lógico e Estatística; sócio-diretor do Instituto de Pesquisas e Projetos Educacionais Práxis, de 2003 a 2007; sócio-professor do Colégio Positivo de Joinville desde 2006; sócio-diretor da empresa Teorema – Produção de Materiais Didáticos Ltda. desde 2005; autor de material didático para o Sistema de Ensino do Grupo Positivo, de 2005 a 2009; professor do CEC – Concursos e Editora de Curitiba, desde 1992, lecionando as disciplinas de Raciocínio Lógico, Estatística, Matemática e Matemática Financeira; consultor da empresa Result – Consultoria em Avaliação de Curitiba, de 1998 a 2000; consultor em Estatística Aplicada com projetos de pesquisa desenvolvidos nas áreas socioeconômica, qualidade, educacional, industrial e eleições desde 1999; membro do Instituto de Promoção de Capacitação e Desenvolvimento (IPROCADE) desde 2008; autor de questões para concursos públicos no estado do Paraná desde 2003.

Tópicos abordados:

Trigonometria

Geometria plana

Geometria espacial

1. (Esaf) – Um dos lados de um retângulo é 7cm maior do que o outro lado. Se a diagonal desse retângulo mede 13cm, então o volume de um prisma regular, de 5cm de altura e que tem como base esse retângulo, é igual a:

a) $50cm^3$

b) $65cm^3$

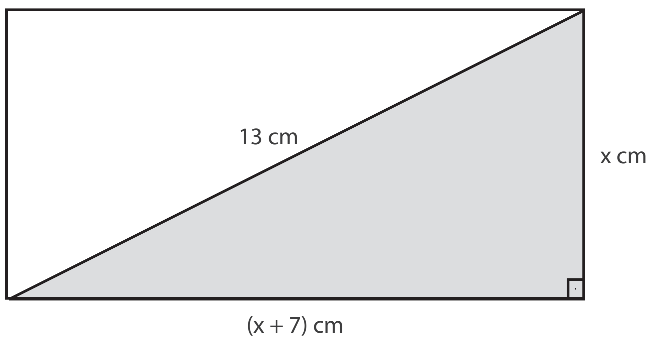
c) $150cm^3$

d) $200cm^3$

e) $300cm^3$

Solução:

Das informações, é possível construir a seguinte figura:



Como se trata de um exercício com triângulo retângulo, lembre-se:

> Em qualquer triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.
>
> Teorema de Pitágoras

Utilizando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo destacado, temos:

$$13^2 = (x + 7)^2 + x^2$$

$$169 = x^2 + 2 \,.\, x \,.\, 7 + 7^2 + x^2$$

$$169 = 2x^2 + 14x + 49$$

$$2x^2 + 14x + 49 - 169 = 0$$

$$2x^2 + 14x - 120 = 0 \ (/2)$$

$$x^2 + 7x - 60 = 0$$

Agora, utilizaremos a formula de Bhaskara.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \,.\, a \,.\, c}}{2a}$$

Sendo que a é igual a 1 , b é igual a 7 e c é igual a 60. Temos:

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \,.\, 1 \,.\, (-60)}}{2 \,.\, 1}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 240}}{2}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{289}}{2}$$

$$x = \frac{-7 \pm 17}{2}$$

$$x_1 = \frac{-7 + 17}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{-7 - 17}{2} = \frac{-24}{2} = -12$$

A medida x não pode ser negativa, pois representa a medida do lado do retângulo.

Logo, $x = -12$ não convém, portanto, $x = 5$ é a solução.

Assim, as dimensões do retângulo são:

$x = 5$cm e $x + 7 = 5 + 7 = 12$cm.

O volume de um prisma regular é dado pelo produto da medida da área da base pela medida da altura.

Então:

V = (base) . (altura)

$V = (5 \,.\, 12) \,.\, (5)$

$V = (60) \,.\, (5)$

$V = 300\text{cm}^3$

Resposta: E

2. (Cesgranrio) – Um quadrado é cortado em 17 quadrados menores. Todos esses quadrados têm as medidas de seus lados, em centímetros, expressas por números inteiros positivos. Há exatamente 16 quadrados com área igual a 1cm^2. A área do quadrado original, em cm^2 vale:

   a) 81

   b) 64

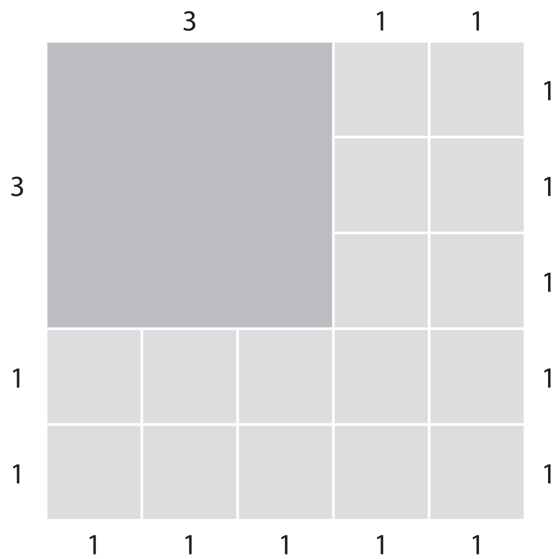
   c) 49

   d) 36

   e) 25

Solução:

Uma disposição possível para que um quadrado maior seja dividido em 16 quadrados menores de lado 1 centímetro e outro de medida diferente de 1 centímetro é a seguinte:



Neste caso, o quadrado maior teria lado cuja medida é igual a 5cm e a correspondente área seria $5^2 = 25$ centímetros quadrados.

Resposta: E

3. (FCC) – Juntam-se 64 cubos de madeira idênticos, de aresta 1cm, formando um cubo maior, de aresta 4cm. Em seguida, cada uma das seis faces do cubo maior é pintada. Após a secagem da tinta, separam-se novamente os 64 cubos menores e n deles são escolhidos, de maneira aleatória. O menor valor de n para que se possa afirmar com certeza que pelo menos um dos cubos sorteados não teve nenhuma de suas faces pintadas é:

a) 57

b) 56

c) 49

d) 48

e) 9

Solução:

Dos 64 cubos de 1 centímetro de aresta que formam o cubo maior de 4 centímetros de aresta, exatamente 8 deles, cujos vértices são vértices do cubo maior, tiveram 3 faces pintadas; exatamente 24 deles, formadores da parte intermediária das arestas do cubo maior, tiveram apenas 2 faces pintadas; outros 24 cubos menores, situados na parte central das faces do cubo maior, tiveram apenas 1 face pintada, e exatamente 8 cubos menores, constituintes do interior do cubo maior, não tiveram face alguma pintada. Assim, temos:

8 cubinhos: 3 faces pintadas

24 cubinhos: 2 faces pintadas

24 cubinhos: 1 face pintada

8 cubinhos: nenhuma face pintada

Observe que exatamente: 8 + 24 + 24 = 56 cubinhos tiveram alguma face pintada.

Desta forma, se escolhermos **56** cubinhos, e ainda não tivermos pelo menos um com nenhuma face pintada, com **57** cubinhos escolhidos certamente pelo menos um deles não terá qualquer face pintada.

Resposta: A

4. (Esaf) – Um feixe de 4 retas paralelas determina sobre uma reta transversal, A, segmentos que medem 2cm, 10cm e 18cm, respectivamente. Esse mesmo feixe de retas paralelas determina sobre uma reta transversal, B, outros três segmentos. Sabe-se que o segmento da transversal B, compreendido entre a primeira e a quarta paralela, mede 90cm. Desse modo, as medidas, em centímetros, dos segmentos sobre a transversal B são iguais a:

a) 6, 30 e 54.

b) 6, 34 e 50.

c) 10, 30 e 50.

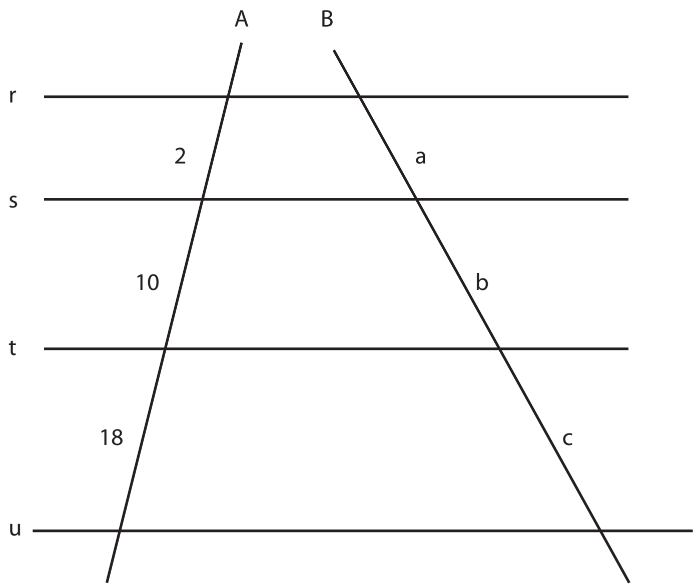
d) 14, 26 e 50.

e) 14, 20 e 56.

Solução:

O teorema das paralelas de Tales destaca que, se um feixe de retas paralelas é intersectado por transversais, os segmentos determinados nas transversais são proporcionais.

Assim, temos:



$$\frac{a}{2} = \frac{b}{10} = \frac{c}{18} = \frac{a + b + c}{2 + 10 + 18} = \frac{90}{30} = 3$$

$$\frac{a}{2} = 3 \rightarrow a = 2 \,.\, 3 = 6$$

$$\frac{b}{10} = 3 \rightarrow b = 10 \,.\, 3 = 30$$

$$\frac{c}{18} = 3 \rightarrow c = 18 \,.\, 3 = 54$$

Logo, os segmentos sobre a transversal B medem 6cm, 30cm e 54cm.

Resposta: A

5. (Esaf) – Sabendo-se que $3\cos x + \text{sen } x = -1$, então um dos possíveis valores para a tangente de x é igual a:

a) $-4/3$

b) $4/3$

c) $5/3$

d) $-5/3$

e) $1/7$

Solução:

Inicialmente, temos:

$$3\cos x + \text{sen } x = -1$$

$$\text{sen } x = -1 - 3\cos x$$

Utilizando a relação fundamental da trigonometria, temos:

$$\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$$

Substituindo $\text{sen } x = -1 - 3\cos x$, temos:

$$(-1 - 3\cos x)^2 + \cos^2 x = 1$$

$$(-1)^2 - 2 \,.\, (-1) \,.\, 3\cos x + (3\cos x)^2 + \cos^2 x = 1$$

$$1 + 6\cos x + 9\cos^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$10\cos^2 x + 6\cos x = 0$$

$$2\cos x \,.\, (5\cos x + 3) = 0$$

$$\cos x = 0$$

ou

$$5\cos x + 3 = 0$$

$$5\cos x = -3$$

$$\cos x = -\frac{3}{5}$$

Substituindo cos x = 0, temos:

$$3\cos x + \text{sen } x = -1$$

$$3 \,.\, 0 + \text{sen } x = -1$$

$$0 + \text{sen } x = -1$$

$$\text{sen } x = -1$$

Neste caso, a tangente de x não estaria definida, pois o denominador não pode ser igual a zero:

$$\text{tg } x = \frac{\text{sen } x}{\cos x} = \frac{-1}{0}$$

Substituindo

$\cos x = -\dfrac{3}{5}$, temos:

$$3\cos x + \text{sen } x = -1$$

$$3 \,.\, \left(-\frac{3}{5}\right) + \text{sen } x = -1$$

$$-\frac{9}{5} + \text{sen } x = -1$$

$$\text{sen } x = -1 + \frac{9}{5}$$

$$\text{sen } x = \frac{-5+9}{5}$$

$$\text{sen } x = \frac{4}{5}$$

Neste caso, a tangente de x seria dada por:

$$\text{tg } x = \frac{\text{sen } x}{\cos x} = \frac{\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} = \frac{4}{5} \,.\, \left(-\frac{5}{3}\right) = -\frac{4}{3}$$

Resposta: A

6. (Esaf) – Se de um ponto P qualquer forem traçados dois segmentos tangentes a uma circunferência, então as medidas dos segmentos determinados pelo ponto P e os respectivos pontos de tangência serão iguais. Sabe-se que o raio de um círculo inscrito em um triângulo retângulo mede 1cm. Se a hipotenusa desse triângulo for igual a 20cm, então seu perímetro será igual a:

a) 40cm.

b) 35cm.

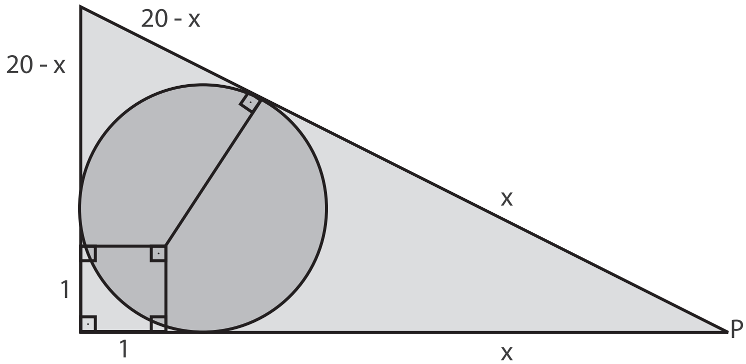
c) 23cm.

d) 42cm.

e) 45cm.

Solução:

As informações do enunciado podem ser organizadas de acordo com a seguinte ilustração:



O perímetro do triângulo é igual à soma das medidas dos lados, ou seja:

$$(20 - x) + 1 + 1 + x + x + (20 - x) = 42$$

Logo, 42cm é a medida do perímetro.

Resposta: D

7. (Funrio) – Os valores que podem representar os lados de um triângulo obtusângulo são

a) 1cm, 2cm e 3cm.

b) 2cm, 3cm e 4cm.

c) 3cm, 4cm e 5cm.

d) 4cm, 5cm e 6cm.

e) 5cm, 6cm e 7cm.

Solução:

A propriedade conhecida como desigualdade triangular destaca que, sendo a, b e c as medidas dos lados de um triângulo, temos:

$|b - c| < a < b + c$

Assim, no caso em que a = 1, b = 2 e c = 3, teríamos:

$|2 - 3| < 1 < 2 + 3$

$|- 1| < 1 < 5$

$1 < 1 < 5 \rightarrow$ falsa

Logo, as medidas da alternativa a não correspondem às de um triângulo.

Sendo a, b e c as medidas dos lados de um triângulo, temos:

- $a^2 < b^2 + c^2 \rightarrow$ triângulo acutângulo
- $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow$ triângulo retângulo
- $a^2 > b^2 + c^2 \rightarrow$ triângulo obtusângulo

Verificando para as demais alternativas, temos:

$5^2 = 3^2 + 4^2 \rightarrow$ triângulo retângulo

$4^2 > 2^2 + 3^2 \rightarrow$ triângulo obtusângulo

$6^2 < 4^2 + 5^2 \rightarrow$ triângulo acutângulo

$7^2 < 5^2 + 6^2 \rightarrow$ triângulo acutângulo

Os valores que podem representar os lados de um triângulo obtusângulo são 2cm, 3cm e 4cm.

Resposta: B

8. (Esaf) – O raio do círculo A é 30% menor do que o raio do círculo B. Desse modo, em termos percentuais, a área do círculo A é menor do que a área do círculo B em:

a) 51%

b) 49%

c) 30%

d) 70%

e) 90%

Solução:

A área de um círculo de raio R, representada por S, é dada por $S = \pi R^2$.

Se a é a medida do raio do círculo A e b é a medida do raio do círculo B, então:

$$a = b - 0{,}30b$$

$$a = b\ .\ (1 - 0{,}30)$$

$$a = 0{,}70b$$

Assim, sendo S_A e S_B as áreas dos círculos A e B, respectivamente, temos:

$$S_A = \pi a^2$$

$$S_A = \pi(0{,}70b)^2$$

$$S_A = \pi 0{,}49b^2$$

$$S_A = 0{,}49\ .\ \pi b^2$$

Como a área do círculo B, representada por S_B, é dada por πb^2, temos:

$$S_A = 0{,}49\ .\ S_B$$

Assim, a área do círculo A é 49% da área do círculo B, ou seja, a área do círculo A é 51% menor do que a área do círculo B.

Resposta: A

9. (Cesgranrio) – Um terreno de $1km^2$ será dividido em 5 lotes, todos com a mesma área. A área de cada lote, em m^2, será de:

a) 1 000

b) 2 000

c) 20 000

d) 100 000

e) 200 000

Solução:

Observe que:

$$1km^2 = 1\ 000\ 000m^2$$

Logo:

$$1\ 000\ 000 / 5 = 200\ 000m^2$$

Resposta: E

10. "Uma pastilha cilíndrica de urânio, de 1cm de altura e 1cm de diâmetro, produz a mesma energia que 565 litros de petróleo."

(**Revista Veja**, 23 jul. 2008. Adaptado.)

Considere que a quantidade de energia produzida por uma pastilha cilíndrica de urânio seja proporcional ao seu volume. Quantos litros de petróleo são necessários para produzir a mesma quantidade de energia que uma pastilha cilíndrica de urânio com 2cm de altura e 2cm de diâmetro produz?

a) 1 130

b) 2 260

c) 2 820

d) 3 390

e) 4 520

Solução:

O volume de um cilindro cuja altura é igual a 1cm e cujo diâmetro da base é igual a 1cm é dado por:

- Pastilha cilíndrica de urânio

  Altura(h) = 1cm

  Diâmetro(d) = 1cm

  Raio(r) = d/2 = 0,5cm

- Volume do cilindro

  $V_1 = \pi R^2 . H$

  $V_1 = \pi . (0,5)^2 . 1$

  $V_1 = 0,25\pi cm^3$

O volume de um cilindro cuja altura é igual a 2cm e cujo diâmetro da base é igual a 2cm é dado por:

$$V_2 = \pi . (1)^2 . 2$$

$$V_2 = 2\pi cm^3$$

Dividindo V_2 por V_1, temos:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{2\pi}{0,25\pi} = 8$$

Logo, $V_2 = 8. V_1$. Se a pastilha de urânio de volume V_1 produz 565 litros de petróleo, a pastilha de volume V_2 produzirá:

8 . 565 = 4 520 litros

Resposta: E

11. (Cesgranrio) – Uma mesa de bilhar tem 5m de comprimento e 3m de largura e não possui caçapas. A contar de suas quinas, a cada 1m, está marcado um ponto. Ao todo, são 16 pontos, incluindo essas quinas, como ilustra a figura 1.

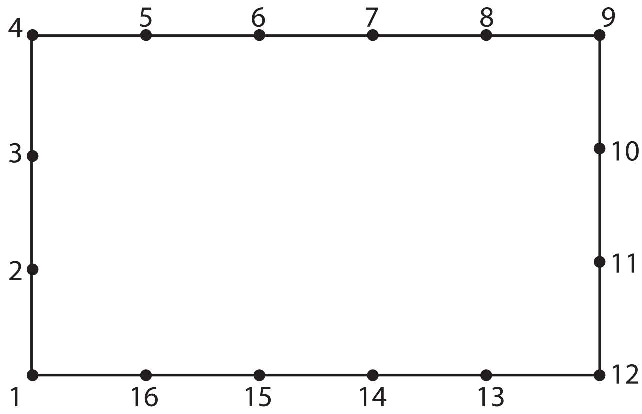


Figura 1

Um jogador dá uma forte tacada em uma bola que está em 1, lançando-a contra a tabela. A bola choca-se contra o ponto 7, ricocheteia e segue em outra direção, preservando, após cada choque, o mesmo ângulo que fazia com a tabela antes do choque (figura 2).

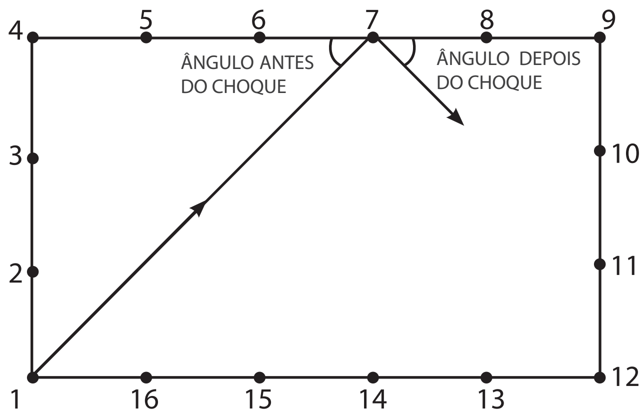


Figura 2

Após o primeiro choque, a bola continua a se chocar contra as tabelas e, a cada choque, desvia sua trajetória como descrito acima. Antes de parar, a bola chocou-se cinco vezes contra as tabelas da mesa. O último ponto em que ela bateu na tabela foi o

a) 6

b) 5

c) 4

d) 3

e) 2

Solução:

Observe que o triângulo formado pelos pontos 1, 4 e 7, constituído no 1.º choque da bola com a tabela, é retângulo e isósceles, pois a distância do ponto 1 ao ponto 4 é igual à distância do ponto 4 ao ponto 7. Desta forma, os ângulos antes e depois do choque têm medidas iguais, ou seja, ambos têm medidas iguais a 45º. Desta forma, a trajetória da bola após cada choque tenderá a construir triângulos retângulos, ou seja:

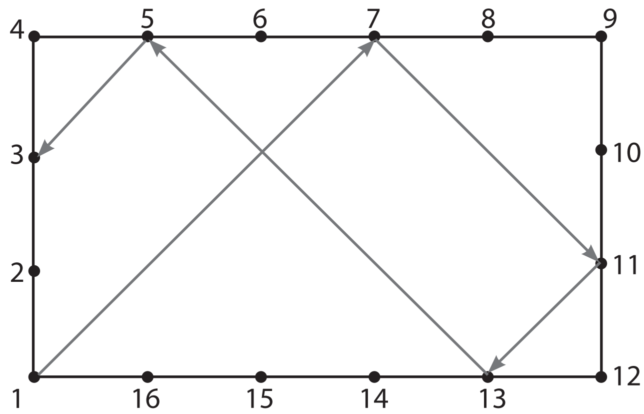
1.º choque $\rightarrow$ ponto 7

2.º choque $\rightarrow$ ponto 11

3.º choque $\rightarrow$ ponto 13

4.º choque $\rightarrow$ ponto 5

5.º choque $\rightarrow$ ponto 3



Assim, no 5.º choque, a bola bateu no ponto 3.

Resposta: D

12. (Esaf) – Em um polígono de n lados, o número de diagonais determinadas a partir de um de seus vértices é igual ao número de diagonais de um hexágono. Desse modo, n é igual a:

a) 11

b) 12

c) 10

d) 15

e) 18

Solução:

O número de diagonais de um polígono convexo de n lados é dado por:

$$d = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$$

Logo, o número de diagonais de um hexágono (n = 6) é dado por:

$$d = \frac{6 \cdot (6-3)}{2} = \frac{6 \cdot 3}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

De um polígono com n vértices partirão diagonais de um dado vértice para todos os demais vértices com exceção de 3 vértices (o próprio e dois consecutivos). Logo, partirão diagonais para (n – 3) vértices. Como a quantidade de diagonais deve ser igual à quantidade de diagonais de um hexágono, então:

$$n - 3 = 9$$

$$n = 9 + 3$$

$$n = 12$$

Portanto, n = 12.

Resposta: B

13. (Cesgranrio) – Quantos litros há em $1m^3$?

a) 1

b) 10

c) 100

d) 1 000

e) 10 000

Solução:

Observe que:

$$1m^3 = 1m \cdot 1m \cdot 1m$$

$$1m^3 = 10dm \cdot 10dm \cdot 10dm$$

$$1m^3 = 10^3dm^3$$

$$1m^3 = 1\,000dm^3$$

Se 1dm^3 = 1 litro, então:

1m^3 = 1 000 litros

Resposta: D

14. (Esaf) – Um professor de Lógica percorre uma estrada que liga, em linha reta, as vilas Alfa, Beta e Gama. Em Alfa, ele avista dois sinais com as seguintes indicações: "Beta a 5km" e "Gama a 7km". Depois, já em Beta, encontra dois sinais com as indicações: "Alfa a 4km" e "Gama a 6km". Ao chegar a Gama, encontra mais dois sinais: "Alfa a 7km" e "Beta a 3km". Soube, então, que, em uma das três vilas, todos os sinais têm indicações erradas; em outra, todos os sinais têm indicações corretas; e na outra um sinal tem indicação correta e outro sinal tem indicação errada (não necessariamente nesta ordem). O professor de Lógica pode concluir, portanto, que as verdadeiras distâncias, em quilômetros, entre Alfa e Beta, e entre Beta e Gama, são, respectivamente:

a) 5 e 3

b) 5 e 6

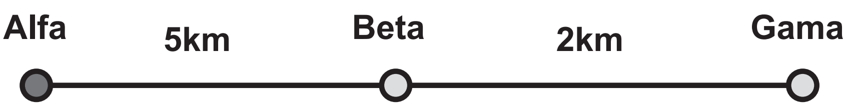
c) 4 e 6

d) 4 e 3

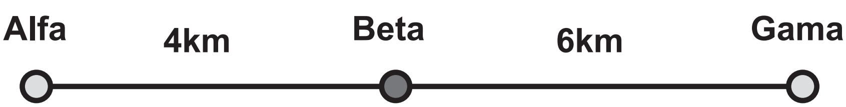
e) 5 e 2

Solução:

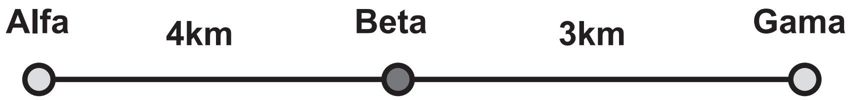
Vamos supor que as distâncias corretas sejam de Alfa a Beta, 5km, e de Alfa a Gama, 7km, conforme mostra figura:



Neste caso, para os demais sinais, um deles terá as duas indicações erradas e o outro terá uma delas certa e outra errada. Observe, por exemplo, os sinais que indicavam as distâncias em Beta:



Na hipótese de as distâncias corretas serem as indicadas nos sinais em Alfa, ambas as distâncias indicadas na ilustração anterior estarão erradas. O último sinal, em Gama, a distância até Alfa será 7km e estará correta. Já a distância até Beta será 3km e estará errada, pois distância correta seria 2km:



Estas informações são coerentes com a hipótese estabelecida. Portanto, a distância entre Alfa e Beta é igual a 5km e a entre Beta e Gama, é igual a 2km.

Resposta: E

15. (CESPE – UnB) – Suponha que um edifício de 10 andares comporte, por andar, 1 apartamento de $100m^2$, 2 apartamentos de $60m^2$ e 1 apartamento de $30m^2$. Nesse edifício, a despesa mensal do condomínio é repartida proporcionalmente à área de cada apartamento. Para uma despesa mensal total de R$4.750,00, representam-se por x, y e z as frações da mesma, correspondentes a cada apartamento de $100m^2$, $60m^2$ e $30m^2$, respectivamente. Nessas condições, calcule, em reais, o valor de z, desconsiderando os centavos de real de seu resultado, caso existam.

Solução:

A partir das informações do texto, podemos construir a seguinte tabela:

Área de cada apto	Número de aptos	Área total (m^2)
$100m^2$	10	1 000
$60m^2$	20	1 200
$30m^2$	10	300

A área total considerando-se os três tipos de apartamentos é dada por:

$$1\,000m^2 + 1\,200m^2 + 300m^2 = 2\,500m^2$$

Por meio de uma regra de três, é possível escrever:

$$\begin{array}{rcl} R\$4.750,00 & \text{———} & 2\,500m^2 \\ z & \text{———} & 30m^2 \end{array}$$

$$\frac{4\,750}{z} = \frac{2\,500}{30}$$

$$2\,500 \,.\, z = 4\,750 \,.\, 30$$

$$z = \frac{142\,500}{2\,500}$$

$$z = 57$$

Portanto, cada apartamento de $30m^2$ seria responsável pelo pagamento de R$57,00.

Resposta: 57

16. (Esaf) – Augusto, Vinícius e Romeu estão no mesmo vértice de um polígono regular. Num dado momento, os três começam a caminhar na borda do polígono. Todos os três caminham em velocidades constantes, sendo que a velocidade de Augusto é o dobro da de Vinícius e o quádruplo da de Romeu. Augusto desloca-se em sentido oposto ao de Vinícius e ao de Romeu. Após um certo tempo, Augusto e Vinícius encontram-se num determinado vértice. Logo a seguir, exatamente dois vértices depois, encontram-se Augusto e Romeu. O número de arestas do polígono é:

a) 10

b) 15

c) 12

d) 14

e) 11

Solução:

- Augusto, Vinícius e Romeu estão no mesmo vértice de um polígono regular.
- Em um dado momento, os três começam a caminhar na borda do polígono.
- Todos os três caminham em velocidade constante.
- A velocidade de Augusto é o dobro de Vinícius $V_a = 2V_v$
- A velocidade de Augusto é o quádruplo de Romeu $V_a = 4V_r$
- Augusto desloca-se em sentido oposto ao de Vinícius e a de Romeu.

- Após certo tempo, Augusto e Vinícius encontram-se num determinado vértice.
- Logo a seguir, exatamente dois vértices depois, encontram-se Augusto e Romeu.

> Designaremos por n o número de lados do nosso polígono.

> Como a velocidade é constante dos três pode-se utilizar a seguinte fórmula

$$\text{velocidade} = \frac{\text{Distância}}{\text{Tempo}}$$

1.º passo – Augusto e Vinícius

Os dois partem no mesmo instante e vértice, mas em sentidos opostos. E após certo tempo se encontram.

Tempo $t = t$

Distância $x = n–x$

$$A = t = \frac{x}{Va} = \frac{x}{2Vv} \text{ 1.ª equação}$$

$$V = t = \frac{(n - x)}{Vv} \text{ 2.ª equação}$$

Como o tempo é igual podemos igualar as equações

$$\frac{x}{2Vv} = \frac{(n - x)}{Vv}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{(n - x)}{1}$$

$x = 2n - 2x$

$3x = 2n$ 3.ª equação

2.º passo – Augusto e Romeu

Partiram do mesmo instante e vértice, e também caminharam em sentidos opostos, mas se encontraram dois vértices depois de onde se encontraram Augusto e Vinícius.

Tempo $t = t$

Distância $x+2 = n - x - 2$

$$A = t = \frac{x + 2}{Va} = \frac{x + 2}{4Vr} \text{ 4.ª equação}$$

$$R = t = \frac{(n - x - 2)}{Vv} \text{ 5.ª equação}$$

Como o tempo é igual podemos igualar as equações

$$\frac{x + 2}{4Vr} = \frac{(n - x - 2)}{Vv}$$

$$\frac{x + 2}{4} = \frac{(n - x - 2)}{1}$$

$$x+2 = 4n - 4x - 8$$

$$x + 4x = 4n - 8 - 2$$

$$5x = 4n - 10 \qquad \text{6.ª equação}$$

Agora como já temos os valores de x podemos encontrar o valor de n, para isso vamos usar as equações 3 e 6.

$$\begin{cases} 3x = 2n \\ \hline 5x = 4n - 10 \end{cases}$$

Isola o x na primeira equação

$$x = \frac{2n}{3}$$

Achando o x da primeira equação podemos inserir na segunda equação para acharmos o valor de n

$$5\left(\frac{2n}{3}\right) = 4n - 10$$

$$\frac{10n}{3} = 4n - 10$$

$$10n = 12n - 30$$

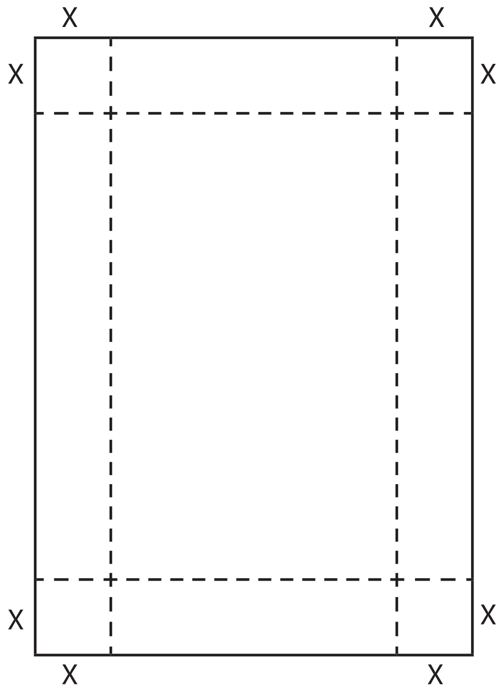
$$10n - 12\ n = -30$$

$$-2n = -30\ (\ .\ -1)$$

$$n = \frac{30}{2} = 15$$

Resposta: B

17. (VUNESP–SP) – Uma caixa sem tampa é construída com um pedaço retangular de papelão de dimensões 50cm e 60cm, cortando-se quadrados de lados x = 10cm em cada canto e depois, dobrando-se as laterais, como mostra a figura.



O volume da caixa é:

a) $12m^3$

b) $120m^3$

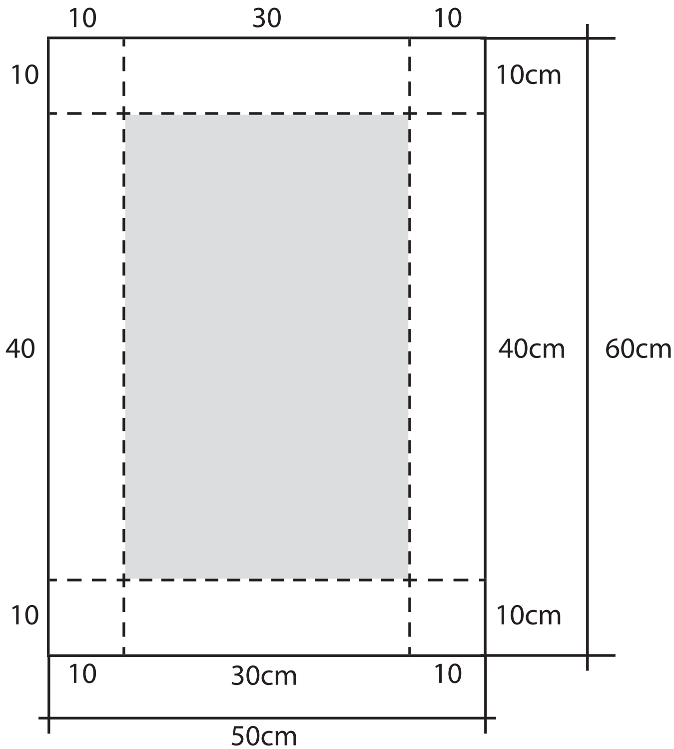
c) $12 \cdot 10^{-3}m^3$

d) $10 \cdot 10^{-2}m^3$

e) $100m^3$

Solução:

Se x = 10cm e as dimensões da caixa são 50cm e 60cm, então as medidas podem ser assim representadas:



Observe que a caixa terá como base o retângulo destacado na figura. As dimensões do retângulo são 30cm (base) e 40cm (altura). Logo, como a área do retângulo é o produto das medidas da base pela altura, tem–se:

$S_{base} = 30cm \,.\, 40cm$

$S_{base} = 1\,200cm^2$

A altura da caixa será o segmento x, ou seja, a medida da altura da caixa será igual a 10cm (x = 10). Assim, como o volume da caixa (prisma) é igual ao produto da medida da base pela medida da altura, tem–se:

$V_{caixa} = S_{base} \,.\, \text{altura}$

$V_{caixa} = 1\,200cm^2 \,.\, 10cm$

$V_{caixa} = 12\,000cm^3$

Transformando as unidades, tem–se:

$V_{caixa} = 12\ 000 \ .\ 1cm \ .\ 1cm \ .\ 1cm$

$V_{caixa} = 12\ 000 \ .\ 10^{-2}m \ .\ 10^{-2}m \ .\ 10^{-2}m$

Conservando as bases e adicionando os expoentes das potências de 10, tem–se:

$V_{caixa} = 12\ 000 \ .\ 10^{-2-2-2}\ m^3$

$V_{caixa} = 12 \ .\ 10^3 \ .\ 10^{-6}\ m^3$

Conservando as bases e adicionando os expoentes das potências de 10, tem–se:

$V_{caixa} = 12 \ .\ 10^{3-6}\ m^3$

$V_{caixa} = 12 \ .\ 10^{-3}\ m^3$

Logo, o volume da caixa é dado por $12 \ .\ 10^{-3}m^3$.

Resposta: C

18. (Esaf) – Um terreno triangular, localizado em uma esquina de duas ruas que formam entre si um ângulo de π/2 radianos, tem frentes de 12 metros e 16 metros. Um arquiteto, para executar um projeto arquitetônico, calculou a área e o perímetro do terreno, encontrando respectivamente:

a) $48m^2$ e 40m

b) $40m^2$ e 48m

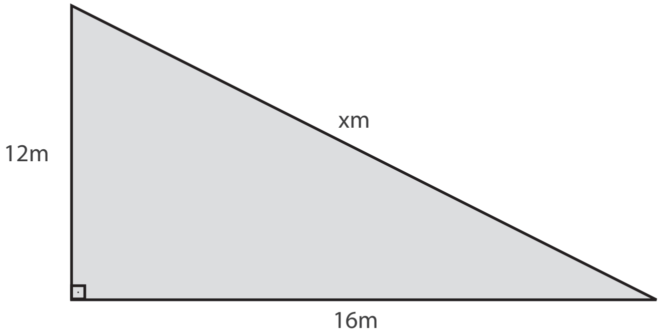
c) $96m^2$ e 48m

d) $96m^2$ e 60m

e) $192m^2$ e 96m

Solução:

A medida π/2 corresponde a 180º/2 = 90º. Logo, o terreno tem a forma de um triângulo retângulo:



A área do terreno (triangular) é dada pelo semiproduto das medidas da base (16m) e da altura (12m). Logo:

$$S = \frac{16 \,.\, 12}{2} = \frac{192}{2} = 96\text{m}^2$$

Para obter o perímetro do terreno é necessário calcular a medida x referente à hipotenusa. Utilizando o teorema de Pitágoras, temos:

$$x^2 = 16^2 + 12^2$$

$$x^2 = 256 + 144$$

$$x^2 = 400$$

$$x^2 = 20^2$$

Como $x > 0$, pois é a medida do maior lado do terreno, conclui–se que:

$$x = 20\text{m}$$

Como o perímetro corresponde à soma das medidas dos lados, temos:

$$16 + 12 + 20 = 48\text{m}$$

Resposta: C

19. (Esaf) – A expressão dada por $y = 4 \,.\, \cos x + 4$ é definida para todo número x real. Assim, o intervalo de variação de y é:

a) $-4 \leq y \leq 8$

b) $0 < y < 8$

c) $-\infty \leq y \leq \infty$

d) $0 \leq y \leq 4$

e) $0 \leq y \leq 8$

Solução:

Sendo x um número real, a razão cos x varia sempre de –1 a +1, ou seja:

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

Multiplicando por 4 as desigualdades anteriores, temos:

$$4 \cdot (-1) \leq 4. \cos x \leq 4 \cdot 1$$

$$-4 \leq 4. \cos x \leq 4$$

Adicionando 4 aos membros das desigualdades anteriores, temos:

$$-4 + 4 \leq 4. \cos x + 4 \leq 4 + 4$$

$$0 \leq 4. \cos x + 4 \leq 8$$

Observando que $y = 4 \cdot \cos x + 4$, temos:

$$0 \leq y \leq 8$$

Resposta: E

20. (Esaf) – A circunferência é uma figura constituída de infinitos pontos, que tem a seguinte propriedade: a distância de qualquer ponto P(x,y), da circunferência até o seu centro C(a,b) é sempre igual ao seu raio R. A forma geral da circunferência é dada por: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$. Assim, a equação da circunferência de centro na origem dos eixos e que passa pelo ponto (3,4) é:

a) $x^2 + y^2 = 4$

b) $x^2 + y^2 = 9$

c) $x^2 + y^2 = 16$

d) $x^2 + y^2 = 25$

e) $x^2 + y^2 = 49$

Solução:

O centro é a origem do sistema de coordenadas cartesianas, logo:

$$C(a, b) = C(0, 0)$$

A circunferência passa pelo ponto (3, 4). Assim, x = 3 e y = 4 são coordenadas que podem ser substituídas na equação da circunferência. Portanto:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

$$(3 - 0)^2 + (4 - 0)^2 = R^2$$

$$3^2 + 4^2 = R^2$$

$$9 + 16 = R^2$$

$$25 = R^2$$

Como $R > 0$, pois é a medida do raio, conclui–se que:

$$R = 5$$

Desta forma a equação tem a seguinte forma reduzida:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 5^2$$

$$x^2 + y^2 = 25$$

Resposta: D

21. (Cesgranrio) – *O conceito de simetria na Grécia antiga, como uma tentativa de explicar a beleza por bases racionais.*

Os gregos não eram dados a muita subjetividade – eles gostavam de achar que havia lógica por trás de tudo. Por isso, conceberam a ideia de proporção áurea, uma relação matemática segundo a qual a divisão da medida da maior parte pela menor parte de um segmento (dividido em duas partes) é igual à divisão do segmento inteiro pela parte maior. E procuravam essa proporção mágica em tudo, inclusive em seres humanos.

(**Revista Superinteressante**, nov. 2003. Adaptado.)

Considere um segmento de reta AB, dividido em duas partes, a e b, com $b < a$. De acordo com a descrição acima, a proporção áurea se verificaria para a igualdade:

a) $\dfrac{b}{a} = \dfrac{a + b}{a - b}$

b) $\dfrac{b}{a} = \dfrac{a+b}{b}$

c) $\dfrac{a}{b} = \dfrac{a-b}{a}$

d) $\dfrac{a}{b} = \dfrac{a+b}{a-b}$

e) $\dfrac{a}{b} = \dfrac{a+b}{a}$

Solução:

Se $b < a$, então b é a medida da menor parte e a é a medida da maior parte. Assim, a divisão da medida da maior parte pela menor parte do segmento é dada por:

$$\frac{a}{b}$$

Se o segmento inteiro mede $(a + b)$, então a divisão do segmento inteiro pela parte maior é dada por:

$$\frac{a+b}{a}$$

Se as divisões são iguais, podemos escrever:

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$$

Resposta: E

22. (F.C.Chagas) – A malha quadriculada abaixo representa um terreno de formato retangular que deve ser totalmente dividido em sete lotes menores, não necessariamente de mesmo tamanho ou de mesma forma, cada qual contendo uma casa (C), um pomar (P) e um lago (L).

C	C			P			
	C		P	C		P	L
	L	P			C		P
L			L	P			P
L	L				L	C	
			C				

Considerando que, na malha, quadradinhos unidos por um único ponto **não** pertencem a um mesmo lote, então, se cada quadradinho da malha representa uma área real de 180m^2, a área da superfície do maior dos sete lotes deverá ser, em metros quadrados,

a) 1 260

b) 1 440

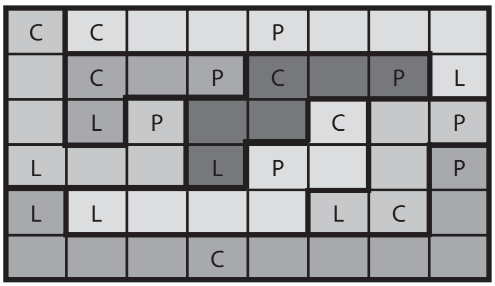
c) 1 800

d) 1 980

e) 2 160

Solução:

De acordo com as condições do problema, a única disposição possível é a seguinte:



O terreno de maior área encontra-se na base da malha e é formado por 11 quadradinhos. Logo, a área deste terreno é dada por:

$S = 11 \,.\, 180m^2$

$S = 1\,980m^2$

Resposta: D

23. (Cesgranrio) – Numa área de lazer para a comunidade, foi construída uma piscina de 36m de comprimento, 20m de largura e 1,8m de profundidade. Sabendo–se que 1 litro corresponde a 1 decímetro cúbico (1 litro = 1dm^3), a capacidade dessa piscina, em litros, é:

a) 0,1296

b) 1 296

c) 12 960

d) 129 600

e) 1 296 000

Solução:

O volume da piscina é calculado pelo produto das três dimensões:

$$V = 36m \cdot 20m \cdot 1{,}8m$$

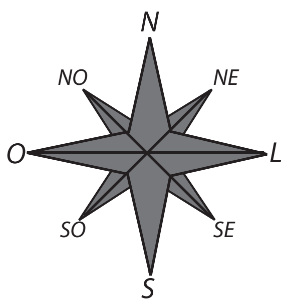
$$V = 1\,296m^3$$

Se $1m^3 = 1000dm^3 = 1000$ litros, então:

$$V = 1\,296\,000 \text{ litros}$$

Resposta: E

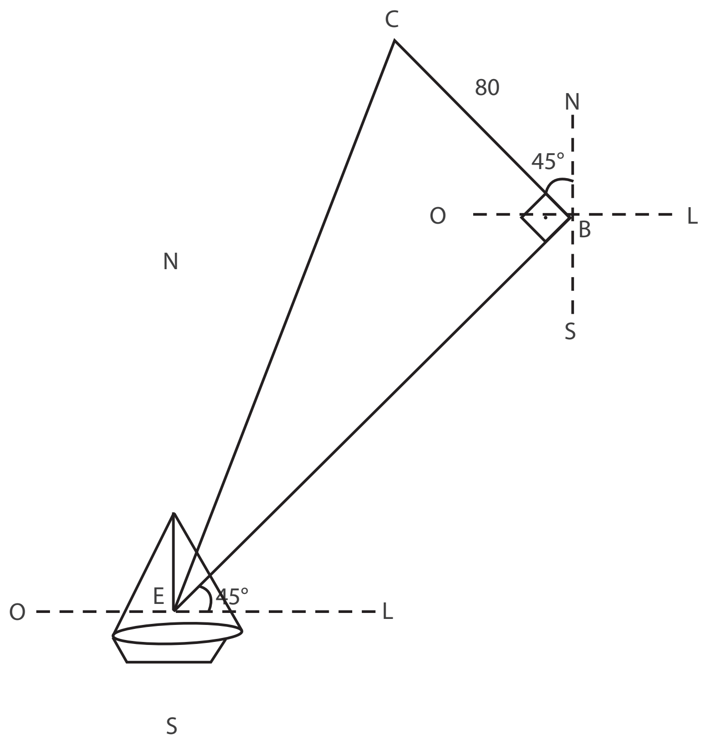
24. (CESPE – UnB) – Em uma região completamente plana, um barco, considerado aqui como um ponto material, envia sinais de socorro que são recebidos por duas estações de rádio, B e C, distantes 80km entre si. A semirreta de origem B e que contém C forma, com a direção Sul-Norte, um ângulo de 45º no sentido Noroeste. Os sinais chegam em linha reta à estação B, formando um ângulo de 45º com a direção Sul-Norte no sentido Nordeste. A partir dessas informações e com o auxilio da rosa dos ventos, localize no plano abaixo as posições do barco e das duas estações de rádio.



Sabendo que a estação mais próxima dista 310km do barco, calcule, em dezenas de quilômetros, a distância do barco à outra estação. Desconsidere a parte fracionária de seu resultado, caso exista.

Solução:

De acordo com as informações, podemos construir a seguinte ilustração:



Da figura, temos:

$EB = 310km$ e $BC = 80km$

Utilizando o teorema de Pitágoras, temos:

$$EC^2 = EB^2 + BC^2$$

$$EC = \sqrt{310^2 + 80^2}$$

$$EC = \sqrt{96\,100 + 6\,400}$$

$$EC = \sqrt{102\,500}$$

Observe que:

$$320^2 = 102\,400 < 102\,500 < 321^2 = 103\,041$$

Logo:

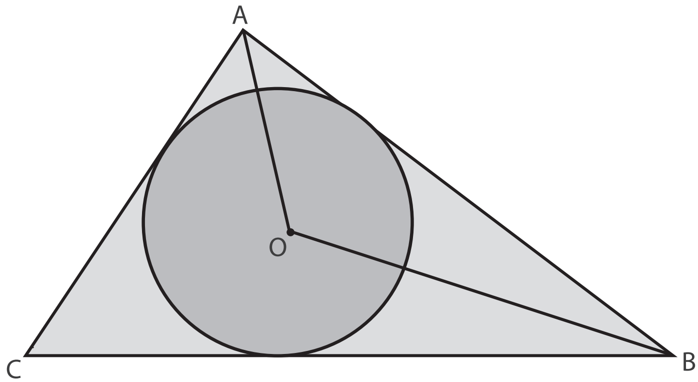
$EC \cong 320km$

Assim, a distância, em dezenas de quilômetros, é dada por:

$$\frac{EC}{10} \cong \frac{320}{10} = 32$$

Resposta: 32

25. (CESPE – UnB)



Sabendo que é possível calcular a área de um triângulo ABC utilizando-se somente o perímetro, p, do triângulo e o raio, r, do seu círculo inscrito de centro O, julgue os itens abaixo.

(1) Se D é o ponto de interseção entre o círculo inscrito e o lado AB, então o ângulo ODB é reto.

(2) A área do triângulo OAB é igual a 2π rad, em que a é a medida do lado AB.

(3) A área do triângulo ABC é igual a $r \cdot \frac{p}{2}$.

Solução:

(1) Certo

Se D é o ponto de tangência, o segmento $\overline{OD}$ é perpendicular ao segmento de extremos A e B. Logo, o ângulo ODB é reto.

(2) Errado

Sendo S a área do triângulo OAB, temos:

$$S = \frac{(\text{base}) \,.\, (\text{altura})}{2} = \frac{a \,.\, r}{2}$$

(3) Certo

A área do triângulo ABC é igual à soma das áreas dos triângulos ABO, ACO e BCO, ou seja:

$$S_{ABC} = S_{ABO} + S_{ACO} + S_{BCO}$$
$$S_{ABC} = \frac{a \,.\, r}{2} + \frac{b \,.\, r}{2} + \frac{c \,.\, r}{2}$$
$$S_{ABC} = r \,.\, \frac{(a + b + c)}{2}$$
$$S_{ABC} = r \,.\, \frac{p}{2}$$

Resposta: **(1) C, (2) E, (3) C**